

Opracowanie: TAS

Taśma

1 Rozwiązanie I

Najprostszy sposób rozwiązania zadania wygląda tak:

- sprawdź wszystkie możliwe pary liczb;
- dla każdej, która zawiera **różne** liczby, zanotuj ich odległość;
- wybierz największą z zanotowanych odległości.

Aby uniknąć spamieniwania wszystkich „notowanych” odległości, możemy na bieżąco aktualizować największą zanotowaną odległość. Oto pseudokod programu realizującego to podejście:

```
wczytaj(m);
for test := 1 to m do
begin
  wczytaj(n);
  wczytaj(a[]);
  odleglosc := 0;
  for i := 1 to n do
  begin
    for j := (i + 1) to n do
      if a[i] <> a[j] then
        odleglosc := max(odleglosc, j - i);
    end
  end
  if odleglosc = 0 then
    wypisz("BRAK");
  else
    wypisz(odleglosc);
  end
end
```

Główny problem, jaki powstaje przy takim bezpośrednim podejściu, to złożoność czasowa, czyli szacowany czas działania algorytmu. Używamy w nim bowiem dwóch pętli, które przebiegają po wszystkich parach liczb, a więc wykonujemy $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$, czyli co do rzędu wartości $O(n^2)$ kroków. Biorąc pod uwagę, że n może mieć wartość 100 000 — nasz algorytm wykona wtedy około $10 \cdot (10^5)^2 = 10^{11}$ kroków, podczas gdy należy oczekiwać, że w limicie czasowym mieszczą się rozwiązania wykonujące ok. 10^7 do 10^8 kroków. Tak więc to rozwiązanie jest zbyt wolne.

Punktacja przewidziana dla tego rozwiązania to 40%.

2 Rozwiązanie II (wzorcowe)

Aby napisać efektywniejszy program, wystarczy poczynić pewną obserwację. Otóż wystarczy rozpatrywać pary liczb:

- pierwsza liczba z dowolną inną;
- ostatnia liczba z dowolną inną.

Jeżeli bowiem rozwiązaniem byłaby inna para liczb, tzn. taka para (a_i, a_j) , dla której $1 < i < j < n$, to wtedy wszystkie liczby a_1, a_2, \dots, a_{i-1} byłyby równe a_j , bo gdyby któraś z nich była różna od a_j , to w parze z nią byłaby lepszym rozwiązaniem niż (a_i, a_j) . Rozumując symetrycznie, otrzymujemy, że liczby $a_{j+1}, a_{j+2}, \dots, a_n$ są wszystkie równe a_i . W szczególności więc pokazaliśmy, że $a_1 = a_j$ oraz $a_i = a_n$. Zarazem jednak $a_i \neq a_j$, gdyż para (a_i, a_j) jest rozwiązaniem. W takim razie $a_1 \neq a_n$, więc tak naprawdę optymalnym rozwiązaniem jest para (a_1, a_n) . Sprzeczność. A więc nasze założenie o tym, że rozwiązaniem może być para (a_i, a_j) spełniająca $1 < i < j < n$, jest błędne.

Dobrze. A zatem wiemy, że wystarczy sprawdzić tylko część par liczb. Ile ich jest? Policzmy:

- pierwsza liczba z dowolną inną — $n - 1$ par;
- ostatnia liczba z dowolną inną — $n - 1$ par.

Tak więc wystarczy rozpatrzeć $2n - 2$ pary (tak naprawdę jedna z nich pojawia się w obu powyższych grupach). Stąd złożoność czasowa tego rozwiązania wynosi $O(n)$. W praktyce oznacza to, że skoro $n \leq 100\,000$, to algorytm nie wykona więcej niż $10 \cdot 10^5 = 10^6$ kroków, co nas całkowicie satysfakcjonuje.

```
wczytaj(m);
for test := 1 to m do
begin
  wczytaj(n);
  wczytaj(a[]);
  odleglosc := 0;
```

```
for i := 1 to n - 1 do
begin
  if a[1] <> a[i + 1] then
    odleglosc := max(odleglosc, i);
  if a[i] <> a[n] then
    odleglosc := max(odleglosc, n - i);
end
if odleglosc = 0 then
  wypisz("BRAK");
else
  wypisz(odleglosc);
end
```